

СТЕРЕОМЕТРИЯ

Основные формулы

1. Произвольная призма

(l — боковое ребро, P — периметр основания, H — высота, $P_{\text{сеч}}$ — периметр перпендикулярного сечения, $S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности, V — объем)

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} l; V = SH.$$

2. Прямая призма

$$S_{\text{бок}} = Pl; V = SH.$$

3. Прямоугольный параллелепипед

(a, b, c — его измерения, d — диагональ)

$$S_{\text{бок}} = PH; V = abc; d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

4. Куб

(a — ребро)

$$V = a^3; d = a\sqrt{3}.$$

5. Произвольная пирамида

($S_{\text{бок}}$ — площадь основания, H — высота, V — объем)

$$V = \frac{1}{3} SH.$$

6. Правильная пирамида

($S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности, P — периметр основания, l — апофема)

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} Pl = \frac{S_{\text{осн}}}{\cos \alpha},$$

где α — двугранный угол при основании;

7. Неправильная пирамида

Если в пирамиде выполняется одно из следующих условий:

- все боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы;
- длины всех ребер равны,

то вершина пирамиды проецируется в центр окружности, описанной около основания пирамиды.

Если в пирамиде выполняется одно из следующих условий:

- все боковые грани образуют с основанием равные углы;
- длины всех апофем боковых граней равны,

то вершина пирамиды проецируется в центр окружности, вписанной в основание пирамиды.

В этом случае $S_{\text{бок}} = \frac{S_{\text{осн}}}{\cos \alpha}$.

8. Произвольная усеченная пирамида

(S_1 и S_2 — площади оснований, h — высота, V — объем)

$$V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h.$$

9. Правильная усеченная пирамида

(P_1 и P_2 — периметры оснований, l — апофема, $S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности)

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)l.$$

10. Цилиндр

(R — радиус основания, H — высота, $S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности, V — объем)

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH; V = \pi R^2 H.$$

11. Конус

(R — радиус основания, H — высота, l — образующая, $S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности, V — объем)

$$S_{\text{бок}} = \pi Rl; V = \frac{1}{3}\pi R^2 H.$$

12. Усеченный конус

(R_1 и R_2 — радиусы оснований, H — высота, l — образующая)

$$S_{\text{бок}} = \pi(R_1 + R_2)l; V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$$

13. Шар, сфера

(R — радиус шара, S — площадь сферической поверхности, V — объем)

$$S = 4\pi R^2; V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

14. Шаровой сегмент

(R — радиус шара, h — высота сегмента, S — площадь сферической поверхности сегмента, V — объем)

$$S = 2\pi R h; V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h \right).$$

15. Шаровой сектор

(R — радиус шара, h — высота шарового сегмента, V — объем)

$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h.$$